

# TD 2

## Logique propositionnelle

### Exercice 1 : Évaluation de formules

Écrire les tables de vérité des formules suivantes, préciser si elles sont valides, satisfiables, etc. :

1.  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q \Rightarrow p$
2.  $((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \wedge ((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q))$
3.  $((p \Rightarrow q) \vee s) \wedge ((s \Rightarrow q) \vee \neg p)$
4.  $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow s$
5.  $(\neg(\neg((p \vee q) \Rightarrow s) \Rightarrow \neg((p \wedge r) \Rightarrow s)))$
6.  $((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s))$
7.  $(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q) \vee r$

### Exercice 2 : Validité, satisfiabilité

Montrer qu'une formule  $F$  est valide si et seulement si  $\neg F$  n'est pas satisfiable.

### Exercice 3 : Interprétation de formules

- 1) Soient deux interprétations différentes définies sur le même ensemble de variables.
  - (a) Dire s'il est possible de trouver une formule qui n'est pas évaluée de la même façon par ces interprétations.
  - (b) Dire s'il est possible de trouver une formule évaluée de la même façon par ces interprétations.
- 2) Soit  $F$  une formule propositionnelle n'utilisant que les connecteurs  $\vee$  et  $\wedge$ . Montrer que toute interprétation  $I$  telle que  $I(p) = 1$  si  $p$  apparaît dans  $F$  vérifie  $I \models F$ .

### Exercice 4 : Modélisation - Zoé va à Paris

On considère les propositions suivantes :

- Si Alice et Julie viennent à Paris, Zoé viendra aussi,
  - Si Julie vient à Paris, Alice aussi,
  - Julie ou Zoé, l'une des deux au moins, viendra à Paris.
1. Formaliser ces 3 propositions en logique des propositions.
  2. Démontrer que Zoé viendra à Paris en faisant une démonstration sémantique.

### Exercice 5 : Modélisation - Frodon

On considère les propositions suivantes :

- Si Frodon ne va pas au Mordor, Sauron prend le pouvoir,
  - Si Sauron prend le pouvoir, Frodon est triste,
  - Si Frodon va au Mordor, il ne possède pas l'anneau,
  - Si Frodon ne possède pas l'anneau, il est triste.
1. Formaliser ces propositions en logique propositionnelle.
  2. Montrer que Frodon est triste en utilisant un raisonnement sémantique.