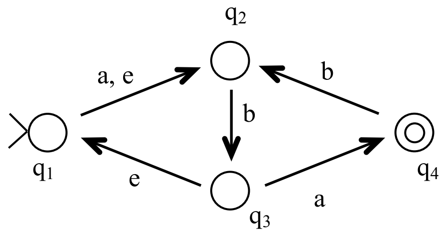
Tous documents papier et appareils électroniques **interdits**.

Durée : 1H00

Le barème est donné à titre **indicatif**.

[Q1 – 6 pts] Soit l'automate M_1 suivant :



a) Déterminisez l'automate M_1.
b) Donnez une expression rationnelle correspondant au langage accepté par M_1.

[Q2 – 6 pts] Soit L_2 le langage défini par l'expression rationnelle $(aab \cup ab)^*$.
a) Calculez les classes d'équivalence de la relation $\approx_{L2}$.
b) Déterminez l'automate standard correspondant à L_2.

[Q3 – 3 pts] Soit L un langage rationnel. Soit M un automate à états finis déterministe tel que L(M) = L. Soit p le nombre d'états de M.
Montrez que L est un langage infini si et seulement si L contient un mot w tel que $p \leq |w| \leq 2p - 1$.

[Q4 – 3 pts] Soit le langage $L_4 = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n \geq 0, m \geq 0\}$. L_4 est-il rationnel ? Non rationnel ? Prouvez votre réponse.

[Q5 – 3 pts] Soit le langage $L_5 = \{w = a^n b^m \mid n, m \in \mathbf{N}, n \neq m\}$. Montrez que L_5 est algébrique.

Annexe

On rappelle le lemme de l'étoile :

Soit L un langage rationnel. L est donc reconnu par un automate M à k états.
$\forall\, z \in L, |z| \geq k, \exists\, u, v, w \in \Sigma^*$ tels que $z = uvw$, $|uv| \leq k$, $|v| > 0$ et pour tout $i \geq 0$, $uv^iw \in L$.