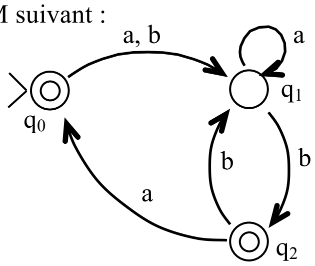
Tous documents papier et appareils électroniques **interdits**.

Durée : 1H00

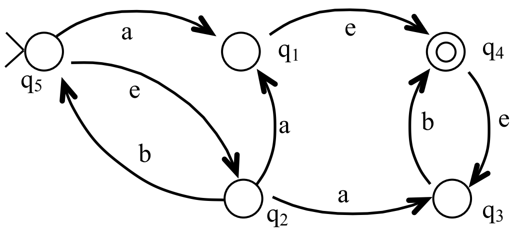
Le barème est donné à titre **indicatif**.

[Q1 – 4 pts] Soit l'automate M suivant :



En utilisant l'algorithme vu en cours, déduisez une expression rationnelle de l'automate M. Vous supprimerez les états dans l'ordre q_0, q_1, q_2.

[Q2 – 8 pts] Soit l'automate M suivant :



a) Déterminisez l'automate M.
b) L'automate obtenu est-il minimal ? Si non, produisez un automate minimal équivalent.
c) L'expression $b^*abb^* \cup (bb^* \cup e)a$ caractérise-t-elle le langage accepté par M ? Justifiez.

[Q3 – 4 pts] Soit $L = \{w_1, w_2, \ldots, w_n \mid n$ entier naturel fixé$\}$. Soit $p = MAX(|w_1|, |w_2|, \ldots, |w_n|\}$.
a) Montrez que L est rationnel.
b) Montrez que tout automate à états finis déterministe M tel que L(M) = L a au moins p+1 états.

[Q4 – 4 pts] On rappelle le lemme de l'étoile :

> Soit L un langage rationnel. L est donc reconnu par un automate M à k états.
> $\forall$ z $\in$ L, $|z| \geq k$, $\exists$ u, v, w $\in \Sigma^*$ tels que z = uvw, $|uv| \leq k$, $|v| > 0$ et pour tout $i \geq 0$, $uv^iw \in L$.

Soit le langage suivants $L = \{a^nb^m \mid n, m \in \mathbf{N}, n \neq m\}$. L est-il rationnel ? Non rationnel ? Prouvez votre réponse.